

## Control 2

**P1.** a) (3 ptos.) Sea  $\mathcal{U}$  el conjunto universo, y  $A, B \subseteq \mathcal{U}$ .

Sea  $f : A \rightarrow B$  y  $C \subseteq A$ . Se define  $g : C \rightarrow B$  tal que  $g(x) = f(x) \forall x \in C$ .

Demuestre que  $\forall D \subseteq B, g^{-1}(D) = C \cap f^{-1}(D)$ .

b) (3 ptos.) Sea  $\mathcal{F} = \{f : A \rightarrow A \mid f \text{ es función}\}$ , es decir,  $\mathcal{F}$  es el conjunto de todas las funciones de  $A$  en  $A$ ; y sea  $g : A \rightarrow A$  biyectiva. Se define:

$$\begin{aligned}\varphi : \mathcal{F} &\rightarrow \mathcal{F} \\ f &\rightarrow \varphi(f) = g \circ f\end{aligned}$$

Pruebe que  $\varphi$  es biyectiva y calcule  $\varphi^{-1}$ .

**P2.** Sea  $\mathcal{U}$  el conjunto universo, y sea  $A \subseteq \mathcal{U}$ . Se define:

$$\begin{aligned}f : \mathcal{P}(\mathcal{U}) &\rightarrow \mathcal{P}(\mathcal{U}) \\ X &\rightarrow f(X) = X \setminus A\end{aligned}$$

a) (3 ptos.) Si  $A \neq \emptyset$  muestre que  $f$  no es sobreyectiva.

b) (3 ptos.) Si  $f$  es inyectiva  $\Rightarrow A = \emptyset$ .

Tiempo: 1 hora 15 minutos.